

# MATEMATIKA 1

- Prvi kolokvijum -

1. Data je funkcija  $f : \mathcal{D}_f \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln\left(x - \frac{1}{x}\right)$ .
  - a) [1.5p] Odrediti oblast definisanosti funkcije  $f$ .
  - b) [1.5p] Ispitati monotonost funkcije  $f$  (dozvoljeno je korišćenje osobina monotonosti elementarnih funkcija).
  - b) [2p] Ispitati svojstva "1-1" i "na" date funkcije  $f$ .
2. Neka je  $S = \{a + b\sqrt{3} : a, b \in \mathbb{Q}\}$ . Ispitati da li je algebarska struktura  $(S, +, \cdot)$  prsten, gde su operacije  $+$  i  $\cdot$  uobičajeno sabiranje i množenje brojeva.
3. Principom matematičke indukcije dokazati da za svaki prirodan broj  $n$  važi

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n} = \frac{3(3^n - 1) - 2n}{4 \cdot 3^n}.$$

4. Kompleksan broj  $z \neq 0$  zadovoljava sledeću jednakost

$$\frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z} + 4 \left( \frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} \right) = 2. \quad (1)$$

- a) Naći vezu koja postoji izmedju realnog i imaginarnog dela kompleksnog broja  $z$ .
  - b) Naći kompleksne brojeve  $z_1$  i  $z_2$  koji ispunjavaju uslov a) i  $\operatorname{Re}(z) = 2$ . Za onaj od tih kompleksnih brojeva čiji je imaginaran deo negativan odrediti  $\sqrt{z}$ .
- 

# MATEMATIKA 1

- Prvi kolokvijum -

1. Data je funkcija  $f : \mathcal{D}_f \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \ln\left(x - \frac{1}{x}\right)$ .
  - a) [1.5p] Odrediti oblast definisanosti funkcije  $f$ .
  - b) [1.5p] Ispitati monotonost funkcije  $f$  (dozvoljeno je korišćenje osobina monotonosti elementarnih funkcija).
  - b) [2p] Ispitati svojstva "1-1" i "na" date funkcije  $f$ .
2. Neka je  $S = \{a + b\sqrt{3} : a, b \in \mathbb{Q}\}$ . Ispitati da li je algebarska struktura  $(S, +, \cdot)$  prsten, gde su operacije  $+$  i  $\cdot$  uobičajeno sabiranje i množenje brojeva.
3. Principom matematičke indukcije dokazati da za svaki prirodan broj  $n$  važi

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3^2} + \frac{3}{3^3} + \dots + \frac{n}{3^n} = \frac{3(3^n - 1) - 2n}{4 \cdot 3^n}.$$

4. Kompleksan broj  $z \neq 0$  zadovoljava sledeću jednakost

$$\frac{z}{\bar{z}} + \frac{\bar{z}}{z} + 4 \left( \frac{1}{z} + \frac{1}{\bar{z}} \right) = 2. \quad (2)$$

- a) Naći vezu koja postoji izmedju realnog i imaginarnog dela kompleksnog broja  $z$ .
- b) Naći kompleksne brojeve  $z_1$  i  $z_2$  koji ispunjavaju uslov a) i  $\operatorname{Re}(z) = 2$ . Za onaj od tih kompleksnih brojeva čiji je imaginaran deo negativan odrediti  $\sqrt{z}$ .